

# Epistemische Rechtfertigung durch neue probabilistische Methoden

Rainer Gottlob, Wien

In diesem Vortrag sollen die Humeschen Skrupel bezüglich allgemeiner Sätze nicht widerlegt werden, sondern Wahrscheinlichkeitsmethoden angeführt werden, die in geeigneten Fällen, aber keineswegs immer, zu so hohen Sicherheiten führen, dass Zweifel für alle praktischen Zwecke unmöglich und Zweifel für theoretische Zwecke zumindest selbst zweifelhaft werden.

## 1. Wahrscheinlichkeitsmethoden

a) *Multiplikationsregel*: Das zufällige Zusammentreffen von stochastisch unabhängigen A und B wird mit

$$(A \& B) = P(A) \times P(B) \quad [1a]$$

berechnet, wobei das Produkt kleiner als die Faktoren ist. Bei Abhängigkeit lautet die Formel:

$$P(A \& B) = P(A) \times P(B|A) \text{ oder } P(A|B) \times P(B) \quad [1b]$$

b) Zahlreiche Methoden basieren auf dem Prinzip der *relativen Häufigkeit*. In weiterem Sinne auch Signifikanzteste, wobei neben der Zahl der Untersuchungen die Streuung berücksichtigt wird. Sehr brauchbar ist die Variante der *Laplaceschen Methode*, die erlaubt, die Wahrscheinlichkeit für den nächsten beobachteten Fall zu eruiere:  $P = (N + 1) / (N + 2)$ .

c) Hierher gehört auch die *Bayessche Methode*, mit der u.a. der Einfluss eines Befundes auf die primäre Wahrscheinlichkeit einer Hypothese berechnet wird. Hierzu wird die 'Likelihood'  $[P(E|H)]$  benötigt, die Wahrscheinlichkeit für das Zutreffen des Befundes, wenn die Hypothese wahr ist. Die (moderne) Bayessche Formel lautet:

$$P(H|E) = P(H) \times P(E) / P(H) \times P(E) + P(\neg H) \times P(E|\neg H) \quad [2]$$

d) Ohne Likelihood kommt die *MPE-Methode (Multiplication of the probability of error)* aus, die ursprünglich für Konjunktionen von sich gegenseitig stützenden Daten entworfen wurde (Gottlob, 2000), nach neueren Untersuchungen aber auch zur Addition verschiedener Wahrscheinlichkeiten dienen kann, wobei die Nichtlinearität, bedingt durch die mit 1 oben geschlossene Skala berücksichtigt wird:

$$P\uparrow(A \& B) = 1 - [1 - P(A)] \times [1 - P(B)] \quad [3a]$$

Bei dieser Formel werden die Komplemente der Wahrscheinlichkeiten multipliziert und das Produkt von 1 abgezogen. Voraussetzung ist, dass sich A und B und C etc. aktiv, in der Regel kausal unterstützen, was durch  $\uparrow$  gekennzeichnet wird. Hierbei kann keine stochastische Unabhängigkeit vorliegen, es ist aber *semantische* Unabhängigkeit zu fordern. [Notation: Komplement von  $P(A) = 1 - P(A) = P(A^c)$ ].

$$P\uparrow(A \& B \& C \& \dots \& N) =$$

$$1 - P(A^c) \times P(B^c) \times P(C^c) \times \dots \times P(N^c) \quad [3b]$$

Durch Ausmultiplizieren von [3a] erhalten wir:

$$P\uparrow(A \& B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \quad [3c]$$

*Beispiel*: Die Wahrscheinlichkeit von Wärmegewittern in einer Woche im Juli beträgt  $P(A) = .4$ . Bei erhöhter

Temperatur (Tagesdurchschnitt  $2^\circ\text{C}$  höher) nimmt diese Wahrscheinlichkeit um  $P(B) = .2$  zu. Eine erhöhte Luftfeuchtigkeit unterstützt  $P(A)$  mit  $P(C) = .3$ . Nach [3b] rechnen wir

$$1 - P(A^c) \times P(B^c) \times P(C^c) = 1 - .6 \times .8 \times .7 = .664.$$

Im Folgenden eine graphische Darstellung der Methode.

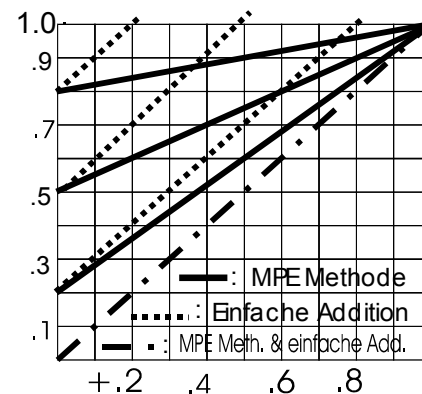


Abb. 1: Zu den Wahrscheinlichkeiten der Ordinate (.2, .5, .8) werden die Wahrscheinlichkeiten der Abszisse mit der MPE-Methode addiert. Wegen Gleichbleiben eines Faktors entstehen gerade Linien, die bei Wahrscheinlichkeit 1 zusammentreffen. Die Nichtlinearität kommt durch die unterschiedlichen Neigungen der Linien zum Ausdruck. Beispiel: Addition von  $P = .5$  und  $P = .4$  ergibt nach [3a und b]  $1 - .5 \times .6 = .7$ . Einfache Additionen führen zu parallelen Geraden, die die  $P(A) = 1$ -Linie überschreiten. Nur bei Ausgangswert 0 decken sich MPE-Methode und einfache Additionen.

Es folgt eine Reihe von Anwendungen der MPE-Methode.

## 2. Singuläre Erkenntnisse

„Dieser Gegenstand ist ein Apfel!“ Wie kann ich den Apfel mit weitgehender Sicherheit erkennen? Betrachten wir die Fehlerwahrscheinlichkeit der einzelnen Wahrnehmungen:

*Optischer Eindruck*. Ich habe bisher mindestens 2000 Äpfel gesehen, nur zweimal war es eine Attrappe aus Kunststoff.  $P(\text{Täuschung optisches Bild}) = 2 / 2000 = .001 = 10^{-3}$ . Die Fehlerwahrscheinlichkeit des *Tastbefundes* (Oberfläche, Gewicht, Feuchtigkeit) kann ebenfalls höchstens  $10^{-3}$  ausmachen und der spezifische *Geruch* wird höchstens unter 10000 Fällen einmal täuschen. Wir kommen auf Grund der semantischen Unabhängigkeit auf eine Fehlerwahrscheinlichkeit von  $10^{-3} \times 10^{-3} \times 10^{-4} = 10^{-10}$  und somit auf eine Wahrscheinlichkeit  $P > .999\ 999\ 999\ 9$ . Diese von 1 kaum mehr zu differenzierende Wahrscheinlichkeit erklärt, warum wir niemals in einen Kieselstein gebissen haben, wenn wir einen Apfel essen wollten.

Die im Vergleich zur Bayes-Methode [2] einfache Rechnung begünstigt unbewusste Verarbeitung.

### 3. Gestaltwahrnehmung

Ich erkenne auf der Straße meinen Bruder. Ähnlich wie beim Apfel erkenne ich zunächst die Spezies (Mensch) an Hand zahlreicher Merkmale. Zumindest ebenso viele Merkmale sprechen dafür, dass es mein Bruder ist: Die Größe, Haartracht- und Farbe, Kleidung etc. ermöglichen eine noch unsichere Vermutung. Manchmal genügt aber schon der typische Gang, ohne dass ich sagen könnte, was daran typisch ist, dass ich sofort meinen Bruder erkenne. Das wichtigste Unterscheidungsmerkmal ist das Gesicht, wobei nach P.M. Churchland (1995, S. 34) drei Kriterien die Hauptrolle spielen: Die Augengegend, die Nase und die Lippenform genügen, um einen Menschen unter 10 Millionen sicher zu erkennen. Hinzu kommt die Stimme und was mein Bruder bei der Begegnung sagt. Am Telefon erkenne ich meinen Bruder an der typischen Stimme mit den zahlreichen charakteristischen Obertönen, die ich aber wieder nicht näher beschreiben kann. So multiplizieren sich zahlreiche, unbewusst verarbeitete sehr geringe, Fehlerwahrscheinlichkeiten, woraus große Sicherheit entsteht.

Entscheidend ist die semantische Unabhängigkeit und das Fehlen von Gegenargumenten: Sollte ich wissen, dass mein Bruder zur Zeit verweist ist, wäre ich erheblich vorsichtiger bei meiner Erkenntnis. Auch die Gestaltwahrnehmung einer Melodie beruht auf zahlreichen, sich unterstützenden Einzelmerkmalen, die wir wieder in der Mehrzahl unbewusst verarbeiten.

### 4. Trompe l'oeil – Bilder

werden oft als Gegenargument für unsere Erkenntnisfähigkeit angeführt. Hier muss aber bedacht werden, dass sich Bilder dadurch grundsätzlich von der Realität unterscheiden, dass sie uns die Betrachtung von einer einzigen Seite her „aufzwingen“. Bei einem realen Kaninchen, einer Ente können wir von mehreren Seiten semantisch unterschiedliche Eindrücke aufnehmen, wir können die Räumlichkeit, den Geruch, das Verhalten der Tiere einbeziehen und werden uns daher in der Realität praktisch nie täuschen.

### 5. Wissenschaftliche Erkenntnis

Als W. Harvey (1628) erstmalig beobachtete, dass der Blutstrom eine Venenklappe nicht retrograd überwinden konnte, war das ein Hinweis auf eine Zirkulation im Körper von Menschen und Tieren. Woher sollte auch das ständig fließende Blut kommen, wo gelagert werden, wenn kein Kreislauf bestand. Hier addierte sich zu einem ganzen Mosaik früherer anatomischer Studien ein Naturgesetz, hier in Form eines Erhaltungssatzes. Diese Kombination ist typisch für einen Großteil wissenschaftlicher Erkenntnisse. Zahlreiche Beobachtungen ergänzen sich und setzen durch Multiplikation der Fehlerwahrscheinlichkeiten diese stark herab. Eine weitere drastische Reduzierung wird erreicht, wenn noch ein höheres Gesetz, etwa ein Naturgesetz, hinzukommt. Zusätzlich wirkt ein weiteres Prinzip: Natürliche Arten. Alle Menschen entsprechen anatomisch und physiologisch einem Grundmuster. Daher konnte Harvey seine Beobachtung von einem Probanden auf die ganze Spezies übertragen. Ein etwas weniger starres Grundmuster ist Menschen und höheren Tieren gemeinsam und weitere Grundmuster in zunehmender Lockerung allen Tieren und allen Lebewesen. So konnte die Humanmedizin von der Tiermedizin profitieren, aber auch umgekehrt.

### 6. Naturgesetze

verlangen universelle Gültigkeit bei Fehlen von ungeklärten Gegenbeispielen. Ungeklärte Gegenbeispiele sind Beobachtungen die trotz Einhalten relevanter Bedingungen einem Naturgesetz widersprechen. Es ist erstaunlich, dass wir über eine Anzahl solcher Gesetze verfügen. Ich führe das auf W. Whewells „Consilience of Induction“ zurück. Whewell bemerkte schon 1840, dass ihm kein Fall einer Widerlegung einer Hypothese bekannt sei, die durch eine andere Hypothese gestützt wurde. Die MPE-Methode erklärt diese Annahme mathematisch. Tatsächlich wird, was wir als Naturgesetze ansehen, durch eine gewaltige Zahl von Stützungen bestätigt.

a) *Große Beobachtungszahlen.* 'Alle materiellen Gegenstände unterliegen der Schwerkraft'. Sechs Milliarden Menschen beobachten in jeder Sekunde ihres wachen Lebens eine Menge von Dingen, die ihrer Unterlage aufliegen: Gebrauchsgegenstände, Menschen, Häuser etc. Gegenbeispiele, Flugzeuge, Luftballons, Geschoße, Vogelflug etc. sind physikalisch erklärbar. Ein sechzigjähriger Mensch hat sicher schon 10 Milliarden Erfahrungen gesammelt. Umgesetzt auf 6 Milliarden Menschen und ohne Einbeziehung früherer Generationen kommen wir auf mindestens  $10^{19}$  Einzelbeobachtungen und wir können die Fehlerwahrscheinlichkeit auf Grund der Beobachtungszahlen zunächst mit mindestens  $10^{-19}$  ansetzen.

b) *Stützung durch semantisch verschiedene Erkenntnisse.* Eine ähnliche Beobachtungszahl steht uns für die Trägheit materieller Gegenstände zur Verfügung. Zwar geschehen diese Beobachtungen nicht bewusst, wir würden uns aber wundern und daher sicher registrieren, wenn sich Gegenstände ohne auf sie einwirkende Kräfte spontan bewegen oder ihre Bewegung ändern würden. Wir können Whewell's Consilience mit der MPE-Methode mathematisch erfassen und sagen, dass die Fehlerwahrscheinlichkeit mindestens  $10^{-18} \times 10^{-19} = 10^{-37}$  betragen muss. Es kommen aber noch weitere Naturgesetze hinzu, etwa die Erhaltungssätze, das Uniformitätsgesetz, Kausalität, die Gesetze von Raum und Zeit und auch Mathematik und Logik und wir können für diese sich gegenseitig stützenden Gesetze in grober Größenordnung eine Fehlerwahrscheinlichkeit von  $< 10^{-100}$  annehmen, eine Zahl mit hundert Neunern hinter dem Dezimalpunkt. Ein klassisches Beispiel war die Vereinigung von Galileis Fallgesetzen und Keplers Gesetzen der Planetenbewegung durch Newton.

Die erwähnten Consiliences sind noch nicht alles. Die großen Naturgesetze stützen nicht nur einander, sie stützen auch, ähnlich wie der Erhaltungssatz Harveys Kreislaufgesetz stützte, eine große Zahl von wissenschaftlichen Gesetzen, und zwar gegenseitig, sodass die weniger allgemeinen Gesetze, auf Grund ihrer großen Zahl, noch erheblich zur Stützung der großen Naturgesetze beitragen. Auf diese Weise ist ein gewaltiges holistisches Netz entstanden, das von unseren momentanen Beobachtungen, von unseren Erfolgen mit technischen Geräten, von wissenschaftlichen Lehrsätzen bis zu den großen Naturgesetzen reicht und alles durchdringt. Zur weitgehenden Sicherheit einfacher wissenschaftlicher Gesetze siehe Gottlob (1985, 1992 1996). Hinzukommt die Anwendung der MPE-Methode für

„Alle : Kein Situationen“. Wenn alle an Milzbrand leidenden Menschen einen spezifischen Erreger aufweisen, aber kein gesunder Mensch (zwei ich stützende, semantisch unabhängige Kollektive), dann ist der Erreger als Ursache der Krankheit bewiesen. Etwas geringer ist die Beweiskraft von „Einige : Kein Situationen“. Die Regel, bei allen Versuchen Kontrollserien laufen zu lassen, die der Versuchs-

rie bis auf die zu testende Einwirkung gleichen, beruht auf dieser Regel. Hier drängt sich jetzt die Frage auf:

## 7. Wie kommen dann aber Fehler zustande?

Bei den häufigen Fällen technischen Versagens ist die Antwort leicht: Es hat niemals ein Naturgesetz oder eine Naturkonstante, sondern immer nur der Mensch versagt. Schwieriger ist die Erklärung für Fälle, in denen ein „Naturgesetz“ revidiert werden musste. Denken wir an die Neufassung der Newtonschen und Galileischen Gesetze durch Einstein. Hier wurde durch die Ausdehnung unseres Erfahrungskreises eine begriffliche Neuformulierung notwendig. Im mesokosmischen Raum, der unserer Beobachtung vor einigen Jahrhunderten allein zugänglich war, hat sich im Wesentlichen nichts geändert, hier arbeiten wir erfolgreich mit den Newtonschen Gesetzen weiter und die Euklidische Geometrie ist voll gültig. Bei Ausdehnung unseres Erfahrungskreises auf den makrokosmischen Raum war aber ebenso eine Korrektur unserer Begriffe und Axiome (etwa der Euklidischen Geometrie) notwendig, wie bei Eindringen in den subatomaren Raum, wo sich der Begriff des Atoms als „das Unteilbare“ nicht mehr als haltbar erwies.

Wir müssen also damit rechnen, dass unser heutiges Wissen ein Sonderfall für zukünftiges Wissen sein wird. Unser Holismus unterscheidet sich aber vom Duhem-Quine'schen Holismus wesentlich:

“If this view is right, it is misleading to speak of the empirical content of an individual statement – especially if it is a statement at all remote from the experiential periphery of the field. ... Any statement can be held true come what may, if we make drastic enough adjustments elsewhere in the system. Even a statement very close to the periphery can be held true in the face of recalcitrant experience by pleading hallucination or by amending certain statements of the kind called logical laws. Conversely, by the same token, no statement is immune to revision. Revision even of the logical law of the excluded middle has been proposed as a means of simplifying quantum mechanics; and what difference is there in principle between such a shift and the shift whereby Kepler superseded Ptolemy, or Einstein Newton, or Darwin Aristotle?”

Hier müssen wir einige Bedenken anmelden. (Siehe auch Gottlob, 1998). Es ist mit wissenschaftlichem Denken unvereinbar, bei Beobachtungen nahe der Peripherie (kontingente Sachverhalte) auf Halluzinationen zu plädieren, wenn sie nicht zu unseren zentralen Vorstellungen passen. Vielmehr muss in einem solchen Falle zunächst die Beobachtung überprüft werden. Kann ein Beobachtungsfehler mit einiger Sicherheit ausgeschlossen werden, dann muss die zentrale Vorstellung hinterfragt werden. Sind danach beide noch immer unvereinbar, so müssen beide als hypothetisch eingestuft werden, bis die Ursache der Unvereinbarkeit gefunden und behoben ist.

Noch eine Frage muss uns beschäftigen: Sind die physikalischen Gesetze auf unser Universum beschränkt (P. Weingartner, 2000)? Wir wissen nicht, ob es außer unserem Universum noch weitere gibt, ob mögliche Welten nicht nur ein Denkgebilde sind, da unsere Astronomen noch an kein Ende unseres Universums gelangt sind. Interessant ist aber, dass eine Untersuchung der Lichtsignale aus einer Entfernung von Milliarden Lichtjahren die gleichen Spektren liefert, wie Signale aus nahen Galaxien.

## Literatur

- Churchland, P.M. 1995 Die Seelenmaschine (Engl.: The Enigma of Reason, the Seat of the Soul), Heidelberg: Spektrum.
- Gottlob, R. 1986 „Die Begründung der Induktion mit einem partikulären Urteil, bzw. mit einem Existentialsatz“ in: (W. Leinfellner, F.M. Wuketits, Hrsg.), *Die Aufgaben der Philosophie in der Gegenwart* Akten des 10. Internat. Wittgenstein Symposiums 1985, Wien, Hölder-Pichler-Tempsky, 98 – 100.
- Gottlob, R. 1992 How Scientists Confirm Universal Propositions (Laws of Nature) *Dialectica* 46, 123-139.
- Gottlob, R. 1996 Superinduktion und Superconsilience, zwei neue Begriffe und ihre Bedeutung für die Erkenntnislogik. In A. Schramm (Hrsg.) *Philosophie in Österreich, Vorträge des 4. Kongresses der Österr. Gesellsch. f. Philosophie*, Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, 209 – 214.
- Gottlob, R. 1998 „Eine Struktur für den Duhem-Quineschen Holismus“ In W. Löffler, E. Runggaldier (Hrsg.) *Vielfalt und Konvergenz der Philosophie*, *Vorträge des V. Kongresses der Österreichischen Gesellschaft für Philosophie*, Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, 209 – 214.
- Gottlob, R. 2000 “New aspects of the probabilistic evaluation of hypotheses and experience”, *International Studies in the Philosophy of Science*, 14, 147 – 163.
- Quine, W.V.O. 1953 “Two Dogmas of Empiricism” in *From a logical point of view*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 20 – 42.
- Whewell, W. 1840 *The Philosophy of the Inductive Sciences*, London: Parker.
- Weingartner, P. 2000 “Sind die physikalischen Gesetze auf unser Universum beschränkt?” *Philosophia Naturalis* 303 – 313.