teorema
XXIV/2, 2005, pp. 121-124

¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido de energía?

Albert Einstein

(27 de Septiembre de 1905)*

Los resultados de una investigación[1] electrodinámica mía previa publicada en estos *Annalen* conducen a una consecuencia muy interesante, que se deducirá aquí.

Basé aquella investigación en las ecuaciones de Maxwell-Hertz para el espacio vacío, junto con la expresión maxwelliana para la energía electromagnética del espacio, y además el principio:

Las leyes por las que varían los estados de los sistemas físicos son independientes de a cual de entre dos sistemas de coordenadas, uno en movimiento uniforme de traslación paralela respecto al otro, se refieran esas variaciones de estado (principio de relatividad).

Apoyado en estas bases[2] deduje entre otros el siguiente resultado (loc. cit. § 8):

Sea un sistema de ondas planas de luz que, referido al sistema de coordenadas (x, y, z), posee la energía *l*; y tal que la dirección del rayo (normal a las ondas) forme un ángulo φ con el eje *x* del sistema. Se considera un nuevo sistema de coordenadas (ξ, η, ζ), en traslación paralela uniforme con respecto al sistema (x, y, z), cuyo origen se mueve a lo largo del eje *x* con velocidad *v*. Entonces esta cantidad de luz —medida en el sistema (ξ, η, ζ)— posee la energía[3]

$$l^* = l\frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

donde c simboliza la velocidad de la luz. Haremos uso de este resultado en lo que sigue.

Supongamos ahora que hay un cuerpo inmóvil en el sistema (x, y, z), cuya energía —referida al sistema (x, y, z)— sea E_0. Supongamos también que la energía del cuerpo relativa al sistema (ξ, η, ζ), que se mueve como se ha indicado antes con la velocidad *v*, sea H_0.

Consideremos que este cuerpo emite ondas planas de luz, de energía $\tfrac{1}{2}L$ medida relativamente a (x, y, z), en una dirección que forma un ángulo φ con el eje *x*, y simultáneamente una cantidad igual de luz en sentido opuesto. Mientras tanto el cuerpo permanece en reposo con respecto al sistema (x, y, z). El principio de la energía[4] puede aplicarse a este proceso, y de hecho (por el principio de relatividad) hacerse con respecto a ambos sistemas de coordenadas. Si llamamos a la energía del cuerpo después de la emisión de luz E_1 y H_1 respectivamente, medidas relativamente al sistema (x, y, z) y (ξ, η, ζ), entonces, empleando la relación dada anteriormente, obtenemos:

$$E_0 = E_1 + \left[\frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L\right],$$

$$H_0 = H_1 + \left[\frac{1}{2}L\frac{1-\frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{1}{2}L\frac{1+\frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right] = H_1 + \frac{L}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

y, de estas ecuaciones, restándolas, obtenemos:

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L\left\{\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right\}.$$

Las dos diferencias de la forma $H - E$ que se encuentran en esta expresión tienen significaciones físicas sencillas. H y E son valores de energía del mismo cuerpo referidos a dos sistemas de coordenadas que están en movimiento relativo uno respecto al otro, estando el cuerpo en reposo en uno de los dos sistemas (sistema (*x, y, z*). Por tanto, es claro que la diferencia $H - E$ sólo puede ser diferente de la energía cinética K del cuerpo, con respecto al sistema (ξ, η, ζ), por una constante aditiva *C*, energía cinética que depende de la elección de la constante aditiva arbitraria y de las energías H y *E*. Así puede escribirse:

$$H_0 - E_0 = K_0 + C,$$
$$H_1 - E_1 = K_1 + C,$$

ya que C no cambia durante la emisión de luz. Se obtiene:

$$K_0 - K_1 = L\left\{\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right\}.$$

La energía cinética del cuerpo con respecto al sistema (ξ, η, ζ) disminuye como consecuencia de la emisión de luz, en una cantidad independiente de las propiedades del cuerpo. Además, la diferencia $K_0 - K_1$ depende de la velocidad, de manera análoga a la energía cinética del electrón (loc. cit. § 10).

Despreciando los términos de cuarto orden y superiores puede escribirse:

$$K_0 - K_1 = \frac{1}{2}\frac{L}{c^2}v^2.$$

De esta ecuación se deduce directamente que:

Si un cuerpo cede la energía L en forma de radiación, su masa disminuye en L/c^2. El hecho de que la energía cedida por el cuerpo se convierta en energía de radiación no tiene relevancia, evidentemente, ya que nos conduce a una conclusión más general:

La masa de un cuerpo es una medida de su contenido de energía; si su energía cambia en L, la masa cambia en el mismo sentido en $L/9x10^{20}$, cuando la energía se mide en ergios y la masa en gramos[5].

No se excluye que con cuerpos cuyo contenido de energía es variable en alto grado (por ejemplo, las sales de radio) la teoría pueda confirmarse.

Si la teoría se adecua a los hechos, la radiación transmite inercia entre los cuerpos que emiten y absorben energía.

Berna, septiembre 1905

Entrado el 27 de septiembre de 1905

NOTAS

* Traducción de FRANCISCO GONZÁLEZ DE POSADA Y DOMINGA TRUJILLO JACINTO DEL CASTILLO. La traducción se ha realizado directamente del original alemán y contrastado con versiones inglesas.

[1] A. Einstein, *Ann. d. Phys*. **17**. p. 891. 1905.

[2] El principio de la constancia de la velocidad de la luz está desde luego contenido en las ecuaciones de Maxwell.

[3] Se sustituye en esta traducción, como símbolo de la velocidad de la luz, la original *V* utilizada por Einstein por la firmemente establecida c [NT].

[4] Principio de conservación de la energía [NT].

[5] Einstein usa el símbolo L para designar la energía. Esta conclusión se representaría mediante la ecuación:

$$m = \frac{L}{c^2}$$

o mejor, de acuerdo con la expresión hoy usual, por:

$$E = mc^2$$

[NT].